EX 26 :

$f_a(x) = Ln(x^2 + a)$

1)

a) 1er cas : $a > 0$

$D_{f_a} = IR$

2eme cas : a=0

$D_{f_0} = IR^*$

3eme cas : $a < 0$

x	$-\infty$		$-\sqrt{-a}$		$\sqrt{-a}$	$+\infty$
x^2+a	+	0	-	0		+

$D_{f_a} =]-\infty, -\sqrt{-a}[\cup]\sqrt{-a}, +\infty[$

b) $f'(x) = \dfrac{2x}{x^2 + a}$

1er cas : $a > 0$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f_a'(x)$		-	0	+	
$f_a(x)$	$+\infty$	↘	$Ln(a)$	↗	$+\infty$

2eme cas : a=0

$f_0(x) = Ln(x^2)$ $\quad f_0'(x) = \dfrac{2}{x}$

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f_0'(x)$		-	‖	+	
$f_0(x)$	$+\infty$	↘	‖	↗	$+\infty$
		$-\infty$	‖	$-\infty$	

3eme cas : $a < 0$

x	$-\infty$		$-\sqrt{-a}$		$\sqrt{-a}$	$+\infty$
$f_a'(x)$		-	‖		‖	+
$f_a(x)$	$+\infty$	↘	‖		‖	↗ $+\infty$
		$-\infty$	‖		‖	$-\infty$

c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f_a(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{Ln(x^2+a)}{x}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{Ln\left[x^2\left(1+\dfrac{a}{x^2}\right)\right]}{x}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{Ln(x^2) + Ln\left(1+\dfrac{a}{x^2}\right)}{x}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} 2\underbrace{\dfrac{Ln(x)}{x}}_{0} + \underbrace{\dfrac{Ln\left(1+\dfrac{a}{x^2}\right)}{x}}_{0} = 0$

(C_{f_a}) admet une B.I parabolique de direction celle de $(o,\vec{i})$ au voisinage de $(+\infty)$

* f est paire d'où (C_{f_a}) admet un B.I parabolique de direction celle de $(o,\vec{i})$ au voisinage de $(-\infty)$

d) $a \neq a'$

$MM' = |f_a(x) - f_a'(x)|$

$= |Ln(x^2+a) - Ln(x^2+a')|$

$= \left|Ln\left(\dfrac{x^2+a}{x^2+a'}\right)\right|$

$\neq 0$

Car $\dfrac{x^2+a}{x^2+a'} \neq 1$

* (Ca) et (Ca') sont disjointes $(Ca \cap Ca' = \phi)$

* $MM' = \left|Ln\left(\dfrac{x^2+a}{x^2+a'}\right)\right|$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2+a}{x^2+a'} = 1$

$\Rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} MM' = 0$

e)

Qarray.tn - Agra Blech- Qarray.tn